Physicité

Optique géométrique (corrections)

Modèle de l'optique géométrique

Exercice 1 : Pourquoi négliger la diffraction ?

Les longueurs d'onde utilisées sont suffisamment petites devant celles des dioptres

Exercice 2 : Sténopé

1. rayon de la tache d'Airy $1,22\frac{\lambda}{2R}d$ rayon de la tache lumineuse due à l'otique géométrique : $\frac{R}{L}(L+d) \approx R$. La tache observée a pourrayon

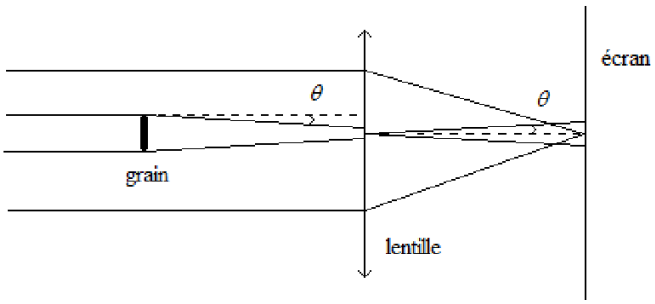
$$\min\left(1,22\frac{\lambda}{2R}d, R\right)$$

   Le rayon optimal du trou est obtenu pour $R = \sqrt{1,22\frac{\lambda d}{2}}$

2. En utilisant le critère de Rayleigh, la résolution angulaire est $1,22\frac{\lambda}{2R} = 1{,}3\ \text{mrad} = 4\ \text{mind'arc.}$

Exercice 3 : Poudre de Lycopode

1. On peut considérer que le faisceau éclaire uniformément par une onde plane monochromatique chaque grain de la poudre. Chacun de ces grains diffracte l'onde, de longueur d'onde λ , ce qui signifie le front d'onde s'élargit vers le centre de chaque grain avec un premier minimum qui survient pour un angle θ de l'ordre de λ/a. Pour les angles plus importants, une alternance de franges sombres et lumineuses sera alors observée.



   Ceci permet notamment de déterminer la dimension caractéristique des grains. En effet,

$$\theta \approx \frac{\rho}{f} \approx \frac{\lambda}{a}$$

   soit

$$a \approx \frac{\lambda f}{\rho}$$

   d'où $a \approx 6{,}5\ \mu\text{m}$

2. La répartition aléatoire des grains sur la lame de microscope renforce le phénomène. En effet chaque grain est éclairé par un faisceau de rayons lumineux parallèles à l'axe optique de la lentille, qui, après la traversée de celle-ci, convergent au même endroit – le foyer image - que ceux correspondant au grain perpendiculaire à l'axe optique et dont le centre est sur l'axe optique de la lentille (cf. figure) ; par ailleurs, les rayons déviés le sont avec le même angle par rapport à cette direction et donc produisent une image du phénomène de diffraction par la lentille, identique autour de l'axe optique. Une autre façon de dire est que, éclairés par des rayons parallèles, la translation dans un même plan objet ne modifie pas la position de l'image dans le plan focal image de la lentille.

   Naturellement, si le nombre de grains est si élevé qu'il constitue un film opaque, la proportionnalité de l'éclairement cesserait.

3. La lumière blanche étant constituée de toutes les longueurs d'onde comprises entre $\lambda_{\text{violet}} = 400\ \text{nm}$ et $\lambda_{\text{rouge}} = 800\ \text{nm}$, le centre de l'image sur l'écran est constitué d'une superposition de figures de diffraction correspondant à des angles θ compris entre $\lambda_{\text{rouge}}/(2a)$ et λ_{rouge}/a. La superposition ne fait apparaitre de couleur « pure » que pour le premier plus grand angle λ_{rouge}/a, qui correspond au rouge.

Expérience de Fizeau

1. (a) On introduit la vitesse copropageante $v_+ = \frac{c}{n} + u$ et contrapropageante $v_- = \frac{c}{n} - u$.

$$\begin{aligned}
\Delta t &= \frac{2\ell}{v_-} - \frac{2\ell}{v_+} = 2\ell\left(\frac{1}{v_-} - \frac{1}{v_+}\right) \text{ pour que } \Delta t > 0 \\
&= 2\ell\left(\frac{1}{\frac{c}{n} - u} - \frac{1}{\frac{c}{n} + u}\right) \\
&= 2\ell\left(\frac{\left(\frac{c}{n} + u\right) - \left(\frac{c}{n} - u\right)}{\left(\frac{c}{n} - u\right)\left(\frac{c}{n} + u\right)}\right) \\
&= 2\ell\frac{+2u}{\left(\frac{c}{n}\right)^2 - u^2} \text{ par une identité remarquable} \\
&\approx \frac{4\ell u n^2}{c^2} \text{ car } u \ll c \\
&\overset{\text{A.N.}}{=} \frac{4 \times 1{,}5 \times 7 \times 1{,}33^2}{(3 \times 10^8)^2} = 8{,}25 \times 10^{-16}\ \text{s}
\end{aligned}$$

   (b) $p \triangleq \frac{\delta}{\lambda} = \frac{c\Delta t}{\lambda} \overset{\text{A.N.}}{=} \frac{3\times10^8}{540\times10^{-9}} \times 8{,}256 \times 10^{-16} = 0{,}458$

   (c) Le résultat précédent $p = 0{,}458$ n'est pas en accord avec la valeur expérimentale $p_{\text{exp}} = 0{,}2$

2. La nouvelle vitesse copropageante s'écrit :

$$v'_+ = \frac{\frac{c}{n} + u}{1 + \frac{u \times \frac{c}{n}}{c^2}} = \frac{\frac{c}{n} + u}{1 + \frac{u}{cn}}$$

   et celle contrapropageante

$$v'_- = \frac{\frac{c}{n} - u}{1 - \frac{u \times \frac{c}{n}}{c^2}} = \frac{\frac{c}{n} - u}{1 - \frac{u}{cn}}$$

$$\begin{aligned}\Delta t' &= 2\ell\left(\frac{1}{v_-}-\frac{1}{v_+}\right)\\ &= 2\ell\left(\frac{1-\frac{u}{cn}}{\frac{c}{n}-u}-\frac{1+\frac{u}{cn}}{\frac{c}{n}+u}\right)\\ &= 2\ell\frac{\left(1-\frac{u}{cn}\right)\left(\frac{c}{n}+u\right)-\left(1+\frac{u}{cn}\right)\left(\frac{c}{n}-u\right)}{\left(\frac{c}{n}\right)^2-u^2} \quad = \frac{2\ell}{\left(\frac{c}{n}\right)^2-u^2}\left(\left(\cancel{\frac{c}{n}}+u-\frac{u}{n^2}-\cancel{\frac{u}{cn}}\right)-\left(\cancel{\frac{c}{n}}-u+\frac{u}{n^2}-\cancel{\frac{u}{cn}}\right)\right.\\ &\underset{u\ll c}{\approx} \frac{2\ell n^2}{c^2}2\left(u-\frac{u}{n^2}\right)\\ &= \underbrace{\frac{4\ell n^2 u}{c^2}}_{\Delta t}\left(1-\frac{1}{n^2}\right)\end{aligned}$$

Donc $p' = \frac{c}{\lambda}\Delta t' = \frac{c}{\lambda}\Delta t\left(1-\frac{1}{n^2}\right) \overset{\text{A.N.}}{=} 0,458\times\left(1-\frac{1}{1{,}33^2}\right) = 0,199$

3. $\left|\frac{p'-p}{p}\right| = \left|\frac{0{,}199-0.2}{0.2}\right| = 3\ ‰$, ce qui est un écart relatif très petit.
   L'hypothèse de l'époque reposait sur la théorie de l'éther luminifère[1] comme milieu matériel nécessaire à la propagation de la lumière.

1. porteur de lumière

Loi de la réflexion

Exercice 4 : Une réflexion trigonométrique

On s'appuira sur un schéma.
x désigne la longueur du côté vertical du triangle rectangle. Et $x + y = 2{,}10\ \mathrm{m}$
θ est l'angle complémentaire de $40°$: $\theta = 50°$
$\tan(\theta) = \frac{1{,}10}{x}$ donc $x = \frac{1{,}10}{\tan(\theta)}$.
$D = 2{,}10\ \mathrm{m}$
Or $\tan(\theta) = \frac{h}{y}$
donc

$$\begin{aligned} h &= \tan(\theta) y \\ &= \tan(\theta)(D - x) \\ &= \tan(\theta)(D - \frac{1,10}{\tan(\theta)} \\ &= D\tan(\theta) - 1,10 \\ &= 2,10\tan(\theta) - 1,10 \\ &= 1{,}40\ \mathrm{m} \end{aligned}$$

Exercice 5 : Réflexions sur un coin de miroir

Une manière de résoudre cet exercice est de considérer les sources équivalentes issues des différentes réflexions sur les deux miroirs.

Un œil qui regarde le reflet du point O sur le miroir (M_1) semble voir la lumière provenir du point symétrique par rapport à ce miroir, noté O_1. Idem, pour la réflexion sur le point M_2 qui donne une image virtuelle au point (O_2).

Mais le faisceau peut se réfléchir sur (M_1) puis sur (M_2) et semble alors provenir du symétrique de O_1 par rapport à (M_2), noté O_3.

On peut alors, par récurrence, construire toutes les images virtuelles possibles du point O en "dépliant" le coin de miroir.

On comprend, par la représentation graphique qu'il s'agit de dénombrer le nombre de fois qu'on peut reporter un angle de $20°$ dans $360°$, soit $360/20 = 36/2 = 18$. On peut ainsi voir 18 images du point O en tout.

Exercice 6 : Système optique mystère

Il s'agit d'une lentille mince divergente. On peut s'en convaincre en traçant le rayon passant par le centre optique O et le rayon passant par le point focal image F'.

Exercice 7 : Propagation guidée de la lumière

1. La réflexion est la partie du faisceau incident sur un dioptre qui reste dans le milieu original. La réfraction désigne la déviation du rayon lumineux à l'interface entre deux milieux homogène, isotrope et transparents.
2. Il faut que le rayon transmis s'écarte de la normale, donc que le milieu 1 soit moins réfringent que le milieu 2 : $n_1 < n_2$.

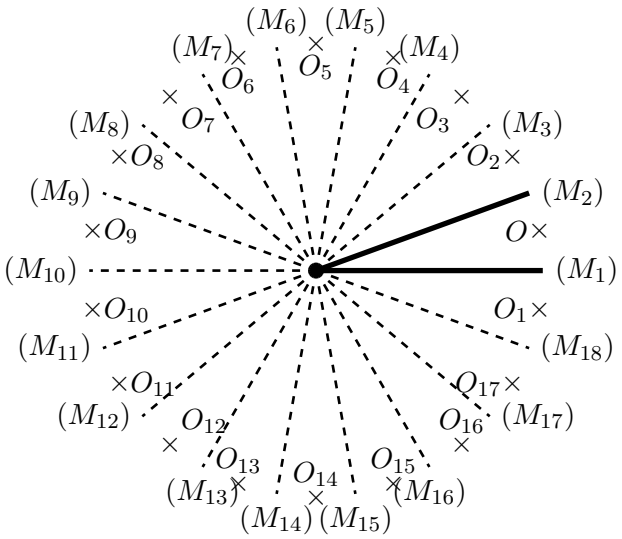


Figure 1 – Schéma des sources équivalentes

3. Il faut que $r > i_{\text{lim}} = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\right)$.
4. Si on courbe la fibre optique, la normale au dioptre va se rapprocher ou s'éloigner du rayon incident, ce qui fait varier r. Si r devient plus petit que l'angle limite de réflexion totale i_{lim}, alors, on n'observera plus ce phénomène.
5. On se place dans l'un des deux triangles rectangles en M, et on applique le théorème de Pythagore.

Loi de la réfraction

Exercice 8 : Plus ou moins réfringent, tel est la question

D'après loi de Snell-Descartes, si $i_2 < i_1$ alors $n_2 > n_1$. Les deux réponses possibles sont alors la (2) et la (4). Or pour un plastique, l'indice de réfraction est strictement supérieur à 1 (précisément entre $1,3$ et $1,65$), la réponse (4) n'est donc pas possible. La réponse juste est la réponse (2).

Exercice 9 : Longueur d'un bloc de verre

On représente la trajectoire du rayon lumineux, qui est symétrique en raison de la géométrie du problème.

$$\tan(\theta) = \frac{\ell}{2R}$$

D'après la loi de la réfraction, $n = \frac{1}{\sin(\theta)}$.

On en déduit $\ell = \frac{2R}{\sqrt{n^2-1}}$

Exercice 10 : Dispersion par la loi de Cauchy

Pour le dioptre verre/air, les lois de Snell-Descartes imposent un angle émergent t entre les rayons et la normale au dioptre supérieure à l'angle d'incidence. (2) et (4) sont donc éliminés. Par ailleurs, $\lambda_{\text{rouge}} > \lambda_{\text{bleu}}$ donc par la loi de Cauchy $(n\lambda) = n_0 + a/\lambda^2$), on a $n_{\text{rouge}} < n_{\text{bleu}}$: le milieu est plus réfringent pour le bleu, donc le faisceau bleu se rapproche le plus de la normale. Donc $t_{\text{bleu}} > t_{\text{rouge}}$. Donc le bleu est celui en pointillés. Réponse (3).

Exercice 11 : Détermination d'indice optique

1. Le premier maximum de diffraction vérifie :

$$d\sin(\phi) = 1 \times \lambda$$

où d est le pas du réseau. On a $\sin(\phi) = \frac{\text{opposé}}{\text{hypothénuse}} = \frac{0.5}{\sqrt{0.5^2+0.35^2}} = 0,819$
soit $\phi = 55°$ d'où $d = 720$ nm

2. La différence de marche entr eles deux rayons diffractés est : $\delta = d(\cos(\alpha) - \sin(5 \text{ degree}) = \sin(\phi - 5°) - \sin(5°)$ soit $\delta = 489$ nm La longueurr d'onde qui est perçue est celle qui correspond à des interférences constructives : oit $\delta = \lambda = 489$ nm. Soit du bleu approximativement.

Réseau de diffraction

Exercice 12 : Diffraction par un réseau

La relation fondamentale des réseaux de diffraction stipule que

$$a\sin(\theta) = p\lambda, \quad p \in \mathbb{Z}$$

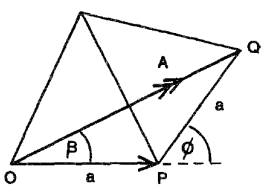
$a = \frac{p\lambda}{\sin(\theta)} = \frac{1\times80\times10^{-2}}{\sin(30°)} = 16$ cm

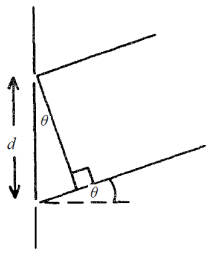
Exercice 13 : Dispersion et interférences

La figure d'interférences bleue est plus serrée que la rouge.

Exercice 14 : Approche vectorielle des réseaux de diffraction

1. On propose le plan de Fresnel suivant :





Si la phase de la lumière passant dans la première fente est zéro, la phase de celle passant par la seconde fente est donné par :

$$\frac{\phi}{2\pi} = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{d}{\lambda}\sin(\theta)$$

On introduit la notation : $X = X(x,t) = 2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right)$ En additionnant les deux ondes avec une différence de phase ϕ en utilisant la formule de trigonométrie donnée à la fin de l'énoncé, le signal $s(x,t)$ est donné par

$$s(x,t) = a\cos(X) + a\cos(X+\phi) = 2a\cos\left(\frac{\phi}{2}\right)\cos\left(X + \frac{\phi}{2}\right)$$

On introduit $\beta = \frac{\phi}{2} = \frac{\pi}{\lambda}d\sin(\theta)$

$$s(x,t)) = \underbrace{2a\cos(\beta)}_{A}\cos(X+\beta)$$

Il s'agit d'une onde d'amplitude $A = 2a\cos(\beta)$ et de phase β. Dans le plan de Fresnel, dans le triangle isocèle OPQ

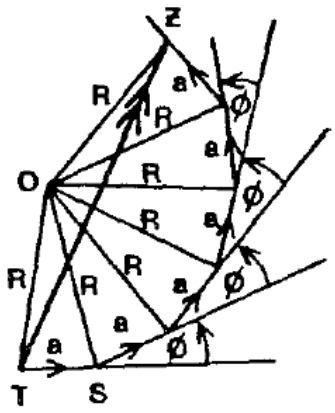
$$\beta = \frac{\phi}{2} = \frac{\pi}{\lambda}d\sin(\theta)$$

et

$$A = 2a\cos(\beta)$$

Donc la somme de deux ondes peut être obtenue en additionnant deux vecteurs d'amplitude a et d'angles respectifs 0 et ϕ.

2. Chaque fente du réseau de diffraction produit une onde d'amplitude a avec une phase 2β par rapport à la fente précédente. Le plan de Fresnel consiste en un polygône régulier avec des côtés de longueur constante a avec un angle constante entre deux côtés adjacents. Soit O le centre du cercle circonscrit passant par tous les sommes du polygône. Donc les lignes radiales comme OS ont une longueur R et bisectent les angles interne du polygône, comme on peut le voir sur la figure suivante.



$$\widehat{OST} = \widehat{OTS} = \frac{1}{2}(\pi - \phi)$$

et

$$\widehat{TOS} = \phi$$

Dans le triangle TOS, par exemple

$$a = 2R\sin\left(\frac{\phi}{2}\right) = 2R\sin(\beta), \text{ tel que} \phi = 2\beta$$

Donc

$$R = \frac{a}{2\sin(\beta)}$$

Comme le polygône a N faces, alors

$$\widehat{TOZ} = N\widehat{TOS} = N\phi = 2N\beta$$

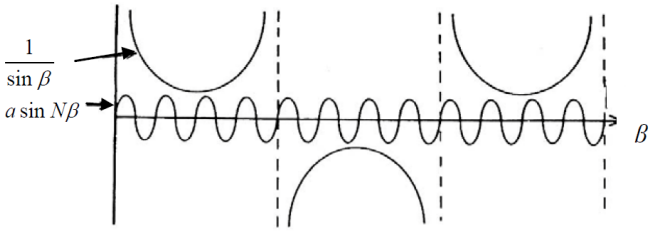
Donc dans le triangle isocèle TOZ, l'amplitude de l'onde résultante TZ est donnée par

$$2R\sin(N\beta)$$

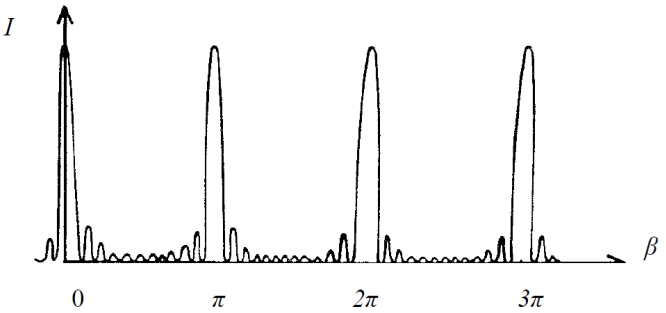
Donc d'après l'expression de R trouvée précédemment, l'amplitude est $\frac{a\sin(N\beta)}{\sin(\beta)}$
La phase résultante est :

$$\begin{aligned}\phi_{\text{tot}} &= \widehat{ZTS} \\ &= \widehat{OTS} - \widehat{OTZ} \\ &= \frac{\pi}{2} - \frac{\phi}{2} - \frac{1}{2}(\pi - N\phi) \\ &= \frac{1}{2}(N-1)\phi \\ &= (N-1)\beta\end{aligned}$$

3. On propose le graphe suivant



L'intensité est $I = \frac{a^2\sin^2(N\beta)}{\sin^2(\beta)}$



4. Pour le maximum principal $\beta = \pi p$ (où $p \in \mathbb{Z}$), et en introduisant $\beta' = 0$ et $\beta = \pi p + \beta'$

$$I_{\text{max}} = a^2 \left(\frac{N\beta'}{\beta'} \right) = N^2 a^2$$

5. L'intensité I_1 maximale adjacente vérifie

$$\sin^2(N\beta) = 1, \beta = 2\pi p \mp \frac{3\pi}{2D} \textit{i.e.} \beta \pm \frac{3\pi}{2N}$$

$\beta = \pi p \pm \frac{\pi}{3N}$ ne donne pas un maximum, comme on peut l'observer sur le graphe.

$$I_1 = a^2 \frac{1}{3\pi^2/2n} = \frac{a^2 N^2}{23} \text{pour} N \gg 1$$

Les zéro d'intensité adjacent arrivent pour $\beta = \pi\rho \pm \frac{\pi}{N}$ ie $\delta = \pm\frac{\pi}{N}$.
Pour des différences de phase bien plus grande que δ,

$$I = a^2 \left(\frac{N\beta}{\beta} \right) = a^2$$

6. $\beta = n\pi$ pour un maximum principal c'est-à-dire $\frac{\pi}{\lambda} d \sin(\theta) = n\pi, n \in \mathbb{Z}$
En différentiant par rapport à λ, $d\cos(\theta)\Delta\theta = n\Delta\lambda$ donc $\Delta\theta = \frac{n\Delta\lambda}{d\cos(\theta)}$
En prenant $\lambda = 589{,}0\ \text{nm}$, $\lambda + \Delta\lambda = 589{,}6\ \text{nm}$, $n = 2$ et $d = 1{,}2 \times 10^{-6}\ \text{m}$.

$$\Delta\theta = \frac{n\Delta\lambda}{d\sqrt{1 - \left(\frac{n\lambda}{d}\right)^2}}$$

avec $\sin(\theta) = \frac{n\lambda}{d}$ et $\cos(\theta) = \sqrt{1 - \left(\frac{n\lambda}{d}\right)^2}$
donc $\Delta\theta = 5{,}2 \times 10^{-3}\ \text{rad} = 0{,}30°$

Lentille et oeil

Exercice 15 : Lentille évidée

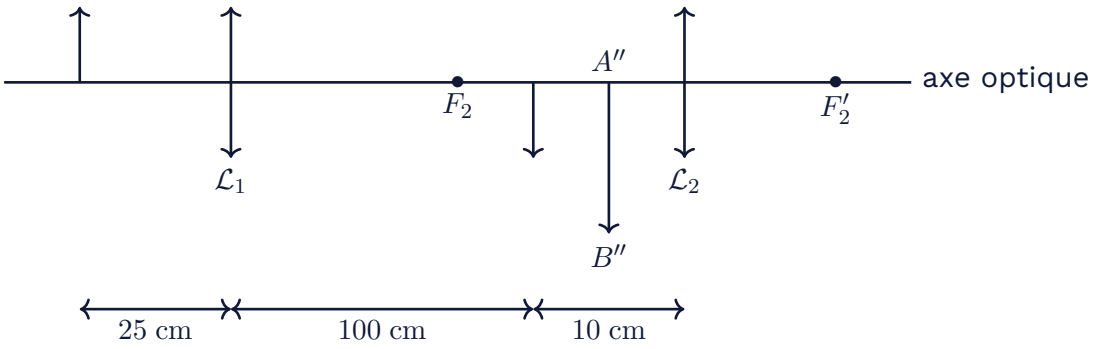
La courbure et l'indice sont inchangés, ainsi la distance focale est inchangée. La réponse juste est la réponse (2).

Exercice 16 : Un peu de vocabulaire

Quand l'objet est à une distance de la lentille supérieure à sa focale, l'image est réelle est renversée. Seules les réponses (1) et (3) sont donc possibles. Quand l'objet est plus près que le foyer objet, la lentille devient une loupe. L'image est virtuelle, agrandie et droite. La réponse juste est la réponse (1).

Exercice 17 : Association de deux lentilles

On s'appuie sur un schéma :



L'image est virtuelle et renversée.

Exercice 18 : Distance focale d'une loupe

$\gamma = 5$ et $\overline{OA} = -3$ cm
Par la relation de conjugaison de Descartes :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

donc

$$\frac{1}{\overline{OA}}\left(\frac{1}{\gamma} - 1\right) = \frac{1}{f'}$$

donc

$$f' = \overline{OA}\frac{4}{\frac{1}{\gamma} - 1} = -3 \times 10^{-2} \times \frac{1}{\frac{1}{5} - 1} = 3{,}75 \text{ cm}$$

Lunette astronomique de Kepler et de Galilée

Exercice 19 : Nouvelle association de deux lentilles

En s'appuyant sur un schéma, on a $\frac{D}{f_1'} = \frac{D'}{f_2'}$ et $(f_1', f_2') = (f, 2f)$.
Le faisceau est parallèle à l'axe optique et de diamètre 2 cm.

Exercice 20 : Lunette astronomique de Galilée

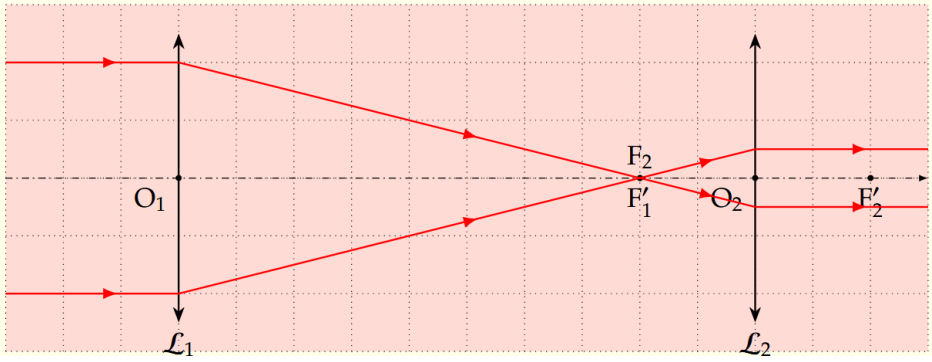
Placer l'œil du côté de la convergente

Exercice 21 : Jumelles

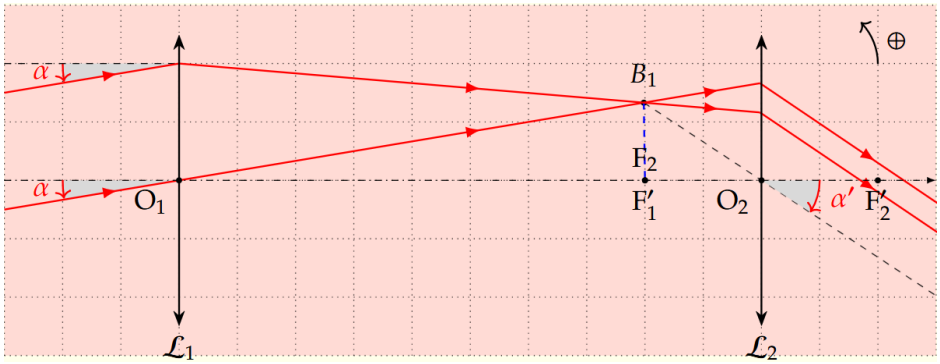
1 Modélisation simplifiée des jumelles

1. A_1 se trouve sur F_1', foyer principale image de $\mathcal{L}_1$. Comme F_1' et F_2 sont confondus, A_1 se situe sur F_2, foyer principal objet de $\mathcal{L}_2$. Son image par $\mathcal{L}_2$ est donc à l'infini sur l'axe optique.
   Cela est néessaire car un oeil emmétrope voit nettes des images à l'infini sans accomodation.

2. On fait le schéma suivant :



3. On peut faire le schéma suivant



4. On travaille dans les conditions des petits angles de Gass, donc

$$\alpha \ll 1 \text{ et ainsi } \alpha \approx \tan(\alpha) = \frac{\overline{F_2B_1}}{\overline{O_1F_2}} = \frac{\overline{F_2B_1}}{f'_1}$$

de même

$$\alpha' \ll 1 \text{ et ainsi } \alpha' \approx \tan(\alpha') = \frac{\overline{F_2B_1}}{\overline{O_2F_2}} = -\frac{\overline{F_2B_1}}{f'_2}$$

ce qui donne finalement :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f'_1}{f_2}$$

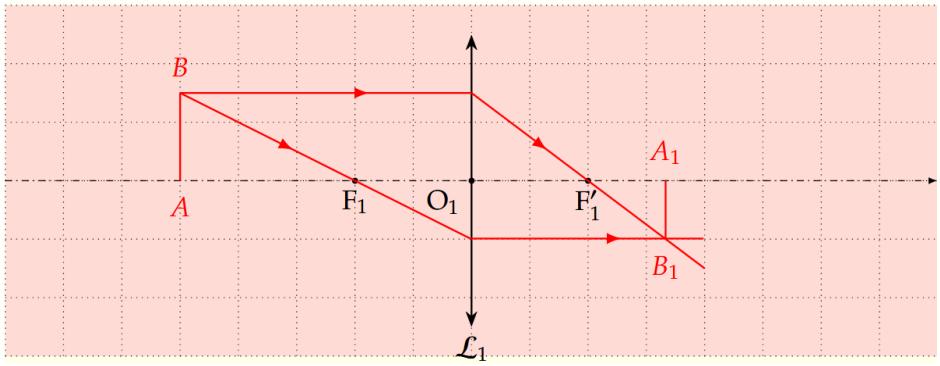
5. L'application numérique donne :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f'_1}{f'_2} = -20$$

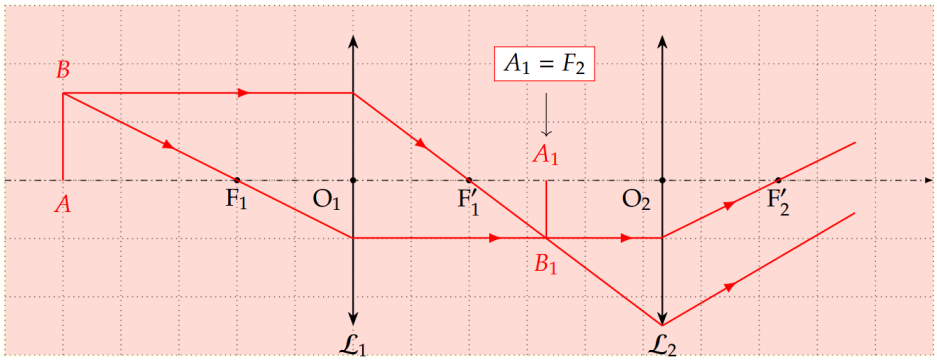
Ainsi,

— $|G| > 1$: l'image apparaît grossie à travers la jumelle. $G << 0$: l'image est retournée

6. On peut faire le schéma :



7. A_1 doit être confondu avec F_2, foyer objet de $\mathcal{L}_2$, afin que l'oeil puisse voir l'image de A_1B_1 à l'infini.



8. La relation de conjugaison de Descartes entre A et A_1 donne

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f_1'}$$

donc

$$\frac{1}{f_1' + d} + \frac{1}{D} = \frac{1}{f_1'}$$

donc

$$\frac{1}{D} = \frac{1}{f_1'} - \frac{1}{f_1' + d} = \frac{f_1' + d - f_1'}{f_1'(f_1' + d)}$$

Ce qui done finalement :

$$D = \frac{f_1'(f_1' + d)}{d}$$

9. On vient d'établir que

$$D = \frac{f_1'(f_1' + d)}{d} = f_1'\left(\frac{f_1'}{d} + 1\right)$$

Donc D diminue lorsque d augmente. On obtient donc D_{min} pour $d_{\text{max}} = 10\ \text{mm}$. Ainsi :

$$D_{\text{min}} = f_1'\left(\frac{f_1'}{d_{\text{max}}} + 1\right) = 4{,}2\ \text{m}$$

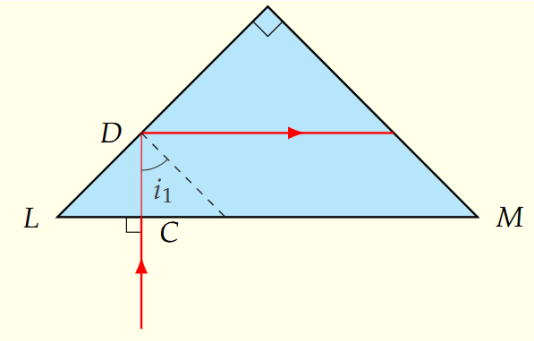
2 Prisme de Porro

10. Les angles à la base d'un triangle isocèle sont égaux, donc $\widehat{KLM} = \widehat{LMK}$. Comme la somme des angles d'un triangle est égale à π, on a $\widehat{KLM} + \widehat{LMK} + \widehat{MKL} = \pi$ donc $2\widehat{KLM} + \widehat{MKL} = \pi$ Le triangle étant rectangle en K, on a : $\widehat{MKL} = \frac{\pi}{2}$ donc : $\widehat{KLM} = \widehat{LMK} = \frac{\pi}{4} = 45°$.
11. On applique la troisième loi de Snell-Descartes, la loi de la réfraction, au point C :

$$\sin(i_1) = n\sin(i_2)$$

Or $i_1 = 0$ (incidence normale), et i_2 est compris entre 0 et $\pi/2$ donc $i_2 = 0$: le rayon réfracté est confondu avec la normale. Le rayon n'est donc pas dévié.

12. On peut faire le schéma suivant



On a

$$\widehat{LCD} = \frac{\pi}{2} \text{ et } \widehat{DLC} = \frac{\pi}{4}$$

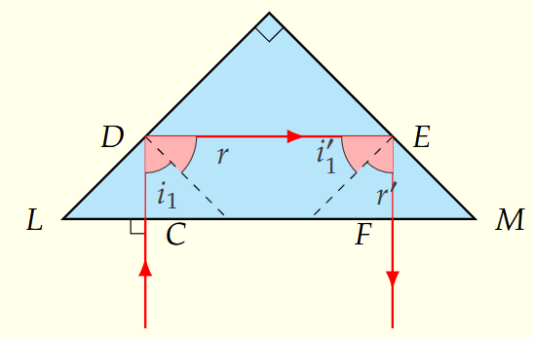
donc

$$\widehat{CDL} = \frac{\pi}{4} \text{ et } i_1 = \frac{\pi}{2} - \widehat{CDL} = \frac{\pi}{4}$$

Le rayon lumineux arrive donc en D avec une incidence i_1 de $45°$. Il y a réflexion totale si $n_1\sin(i_1) > 1$. Or : $n_1\sin(i_1) = 1,5\frac{1}{\sqrt{2}} = 1,06 > 1$.

Il y a donc bien réflexion totale en D.

13. On peut tracer le schéma suivant



Il y a réflexion totale en D, donc

$$r = i_1 = \frac{\pi}{4}$$

Donc

$$\widehat{KDE} = \frac{\pi}{2} - r = \frac{\pi}{4}$$

Et comme

$$EKD = \frac{\pi}{2}$$

donc

$$\widehat{DEK} = \pi - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$

donc

$$i_1' = \frac{\pi}{2} - \widehat{DEK} = \frac{\pi}{r}4$$

Le rayon lumineux arrive donc en E avec une incendence i_1' de $45°$.

14. $i_1' = \frac{\pi}{4}$ Pour les mêmes raisons que celles vues question 12, il y a donc réflexion totale en E, et

$$r' = i_1' = \frac{\pi}{4}$$

donc

$$i_1' + r' = \frac{\pi}{2}$$

(DE) et (EF) sont donc perpendiculaires .
Par railleurs :

$$i_1 + r = \frac{\pi}{2}$$

. (CD) et (DE) sont donc perpendiculaires. Donc $(CD$ et (EF) sont parallèles, et ainsi, les rayons incident et émergent au dioptre sont donc parallèles.

15. On applique la seconde loi de Descartes pour la réfraction au point C

$$\sin(i_1) = n\sin(i_2)$$

donc

$$i_2 = \arcsin\left(\frac{\sin(i_1)}{n}\right)$$

16. On :

$$\widehat{LCD'} = \frac{\pi}{2} + i_2$$

et

$$\widehat{D'LC} = \frac{\pi}{4}$$

$$\widehat{CD'L} = \pi - \left(\frac{\pi}{2} + i_2 + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4} - i_2$$

donc

$$i_3 = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{4} - i_2\right) = \frac{\pi}{4} + i_2$$

17. Il y a réflexion totale en D', donc

$$\widehat{KD'E'} = \frac{\pi}{2} - i_3$$

donc

$$\widehat{D'E'K} = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2} - i_3\right) = i_3$$

donc

$$i_4 = \frac{\pi}{2} - i_3 = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{4} + i_2\right) = \frac{\pi}{4} - i_2$$

18. Il y a réflexion totale en E' , donc :

$$\widehat{ME'F'} = \frac{\pi}{2} - i_4$$

Par ailleurs

$$F'ME' = \frac{\pi}{4}$$

donc

$$\widehat{E'F'M} = \pi - \left(\frac{\pi}{2} - i_4 + \frac{\pi}{4}\right) = i_4 + \frac{\pi}{4}$$

Donc

$$i_5 = \frac{\pi}{2} - \widehat{E'F'M} = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{4} + i_4\right) = \frac{\pi}{4} - i_4$$

donc

$$i_5 = \frac{\pi}{4} - \left(\frac{\pi}{4} - i_2\right) = i_2$$

On applique la troisième loi de Snell-Descartes pour la réfraction au point F' :

$$\sin(i_6) = n\sin(i_5)$$

or

$$i_5 = i_2 = \arcsin\left(\frac{\sin(i_1)}{n}\right)$$

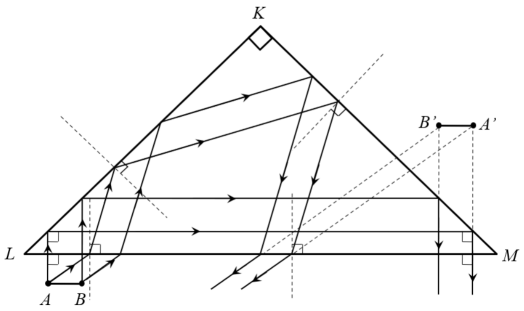
donc

$$\sin(i_6) = n\sin(i_5) = \sin(i_1)$$

i_1 et i_6 sont compris entre 0 et $\pi/2$, donc $i_1 = i_6$. Le rayon émergent en F' est donc parallèle au rayon incident en C.

Un objet à l'infini correspond à une série de rayons parallèles. Ces rayons parallèles donnent, par un prisme de Porro, une série de rayons émergents parallèles aux rayons incidents. L'image se forme donc à l'infini, dans la même direction que l'objet.

19. On trace le schéma suivant



20. L'association de l'objectif et de l'oculaire présentée partie I provoque un retournement complet de l'image (gauche/droite et haut/bas), car les lentilles présentent une symétrie de révolution par rapport à l'axe optique.

Or, le premier prisme retourne l'image de haut en bas, mais pas de gauche à droite, comme on le voit sur la figure. Le second prisme retourne l'image de gauche à droite, mais pas de haut en bas. La combinaison des deux prismes permet donc un retournement complet de l'image.

Insérer ce système de prismes de Porro entre l'objectif et l'oculaire permet donc de redresser correctement l'image.

Puissance lumineuse

Exercice 22 : Moitié de lentille

Si l'on réfléchit à la formation d'un point de l'image en utilisant la notion de rayons, on constate que, dans tous les cas, on peut construire tous les points de l'objet dans le plan image. Par contre, pour chaque point il manque la moitié des rayons quand on n'utilise que la moitié d'une lentille. La réponse juste est la réponse (2).

Exercice 23 : Image du Soleil

Le Soleil envoit une puissance surfacique sur Terre notée $\mathcal{P}_{\text{solaire}}$ sur une lentille de rayon r de distance focale f. On s'intéresse à la puissance surfacique $\mathcal{P}_{\text{surf}}$ au niveau du plan focal image de la lentille.

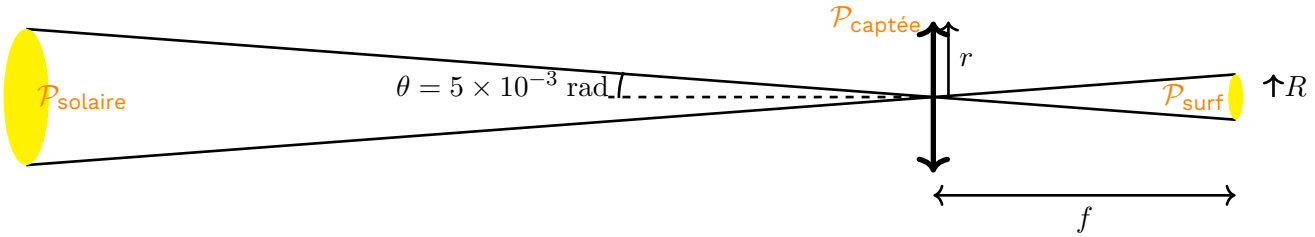


Figure 2 – Schéma de la situation

L'énoncé donne la valeur de la constante solaire $\mathcal{P}_{\text{solaire}} = 1300\ \text{W m}^{-2}$ qui correspond à la puissance surfacique émise par le Soleil au niveau de la Terre.

Une lentille circulaire de rayon r reçoit donc une puissance totale captée :

$$\mathcal{P}_{\text{captée}} = \mathcal{P}_{\text{solaire}} \times \pi r^2 \overset{\text{A.N.}}{=} 1300 \times \pi \times (4 \times 10^{-2})^2 = 6{,}53\ \text{W}$$

Les rayons qui passent par le centre optique de la lentille ne sont pas déviés. On peut alors faire apparaître le rayon angulaire apparent $\theta = 5 \times 10^{-3}$ rad. Par égalités des angles opposés par le sommet, il vient que, dans le triangle rectangle dont les cathètes[2] ont pour longueur R et f :

$$\tan(\theta) = \frac{R}{f}$$

Comme l'angle est très petit, on utilise l'approximation de Gauss : $\tan(\theta) \approx \theta$ et ainsi

$$R = f \tan(\theta) \approx R\theta \overset{\text{A.N.}}{=} 15 \times 10^{-2} \times 5 \times 10^{-3} = 7{,}5 \times 10^{-4}\ \text{m}$$

La puissance surfacique au voisinage du foyer-image d'une loupe est donc :

$$\boxed{\mathcal{P}_{\text{surf}} = \frac{\mathcal{P}_{\text{captée}}}{\pi R^2} \overset{\text{A.N.}}{=} \frac{6,53}{\pi(0{,}75 \times 10^{-3})^2} = 3{,}69 \times 10^6\ \text{W m}^{-2}}$$

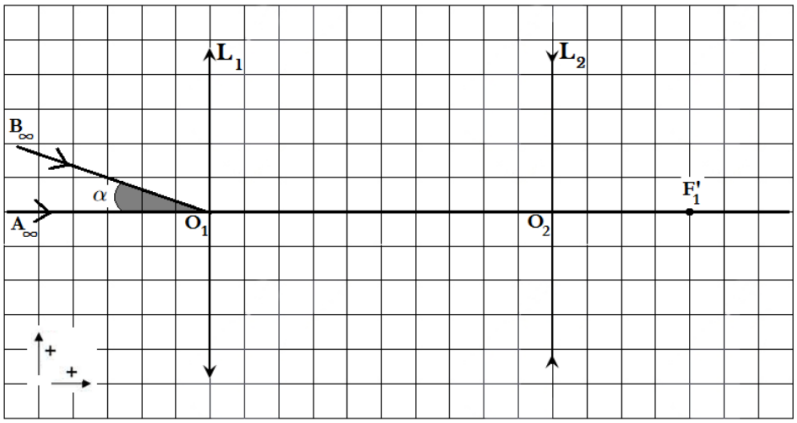
2. désigne le côté opposé et adjacent à l'angle, autre que l'hypothénuse

Instruments d'optique

1 Lunette de Galilée

Soit une lunette astronomique constituée d'une lentille mince convergente $\mathcal{L}_1$ et d'une lentille mince divergente $\mathcal{L}_2$ positionnées de manière à constituer une lunette afocale.

On utilise cette lunette pour observer deux étoiles A_∞ et B_∞ très éloignées de la Terre et séparées par une distance angulaire α. L'étoile A_∞ est située dans la direction de l'axe optique (O_1O_2) de la lunette (voir figure 1).

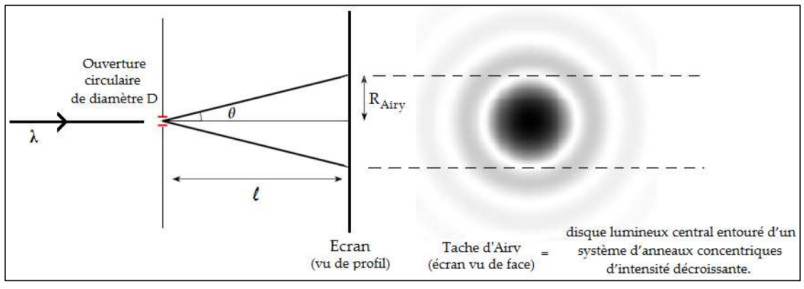


Schématisation d'une lunette de Galilée

1. Sur la figure 1, placer les foyer principaux objet et image de $\mathcal{L}_2$, notés respectivement F_2 et F_2'. Justifier la position attribuée à F_2.
2. Sur la figure 1 :
   - positionner l'image intermédiaire B_1 de l'étoile B_∞ par la lentille $\mathcal{L}_1$; repérer l'angle α' sous lequel l'étoile B_∞ est observée avec la lunette ;
   - tracer la suite du rayon lumineux $B_\infty O_1$;
   - calculer numériquement le grossissement α'/α en se servant du quadrillage de la figure 1.

2 Phénomène de diffraction

Lorsque de la lumière de longueur d'onde pénètre dans une lunette ou un télescope, elle est diffractée par le contour circulaire de son objectif et forme une tache d'Airy autour du point image prévu par l'optique géométrique (voir figure 2 où ce qui est très lumineux est représenté en noir et ce qui est sombre est en blanc).



Lumière diffractée par un diaphragme circulaire

En admettant que le demi-angle d'ouverture θ du cône lumineux central de la figure 2 a pour valeur $1,22$ fois celui de la bande centrale qu'on observerait en remplaçant l'ouverture circulaire par une fente de largeur D, exprimer le rayon R_{Airy} du disque d'Airy en fonction des paramètres du dispositif expérimental. On se placera dans l'hypothèse des petits angles pour θ.

3 Pouvoir de résolution

On considère de nouveau la lunette de Galilée étudiée en question 1 : celle-ci ne fournit des images distinctes des étoiles A et B qu'à la condition de pouvoir séparer leurs images intermédiaires A1 et B1 formées par la lentille $\mathcal{L}_1$.

Définition 1 : Critère de Rayleigh

On commence à distinguer deux points lorsque le maximum d'intensité de la figure de diffraction de l'un coïncide avec la première annulation de l'autre.

Traduire le critère de Rayleigh en une inégalité portant sur la distance A_1B_1 et R_{Airy}. En déduire une inégalité fonction de λ, de α et du diamètre D de $\mathcal{L}_1$ puis donner l'expression de l'angle α_{lim} en dessous duquel la lunette ne permet pas de distinguer A et B selon ce critère.

Cet angle limite est par définition le « pouvoir de résolution » théorique de la lunette. Dans la pratique, ce pouvoir de résolution est limité par les turbulences atmosphériques.

4 Application : télescope Hooker

L'expression du pouvoir de résolution lim obtenue en question 3 est valable pour tout type de lunette astronomique ainsi que pour tout type de télescope.

En 1917, l'Observatoire du Mont Wilson (Californie) met en service le télescope le plus puissant du monde : le télescope Hooker possédant un objectif de $2{,}54\ \text{m}$ de diamètre. Celui-ci pulvérise le record de $1{,}52\ \text{m}$ détenu jusqu'alors par un autre télescope du Mont Wilson.

Calculer le facteur existant entre le pouvoir de résolution du télescope Hooker et celui de son prédécesseur.

Exercice 24 : Instruments d'optique

1 Lunette de Galilée

2 Phénomène de diffraction

Pour la tache d'Airy, on a : $\theta = 1,22\frac{\lambda}{D}$

Par construction, on a $\tan(\theta) = \frac{R_{\text{Airy}}}{\ell}$ qui devient, avec l'hypothèse des petits angles pour θ, $\theta \approx \frac{R_{\text{Airy}}}{\ell}$.

On a alors $1,22\frac{\lambda}{D} = \frac{R_{\text{Airy}}}{\ell}$ soit $R_{\text{Airy}} = 1,22\lambda\frac{\ell}{D}$

3 Pouvoir de résolution

D'après le critère de Rayleigh, il faut $A_1B_1 < R_{\text{Airy}}$ pour image distinctement A et B.
Par construction, $\tan(\alpha) = \frac{A_1B_1}{f_1}$ donc $A_1B_1 = \tan(\alpha)f_1$
L'expression de R_{Airy} obtenue à la question 1 s'écrit ici $R_{\text{Airy}} = 1,22\lambda\frac{f_1}{D}$.
On peut alors réécrire le critère de Rayleigh comme

$$\tan(\alpha)f_1 < 1,22\lambda\frac{f_1}{D}$$

Donc

$$\tan(\alpha) < 1,22\frac{\lambda}{D}$$

$$\alpha_{\text{lim}} = 1,22\frac{\lambda}{D}$$

Pouvoir de résultion du télescope

4 Application : télescope Hooker

Comparer les pouvoirs de résolution revient à comparer les diamètres des miroirs primaires.

$$\frac{\text{Diamètre Hooker}}{\text{Diamètre prédecesseur}} = \frac{2,54}{1,52} = 1,67$$

Le télescope Hooker possède un pouvoir de résolution 1,67 fois plus petit que celui de son prédécesseur (sa résolution est donc 1,67 fois plus importante).

L'onde lumineuse

Exercice 25 : Plans d'onde

On considère la normale au dioptre, orthogonale à l'interface entre les deux milieux et passant par le point d'incidence.

Si le faisceau se rapproche de la normale ($t < i$), alors le milieu est plus réfringent : $n_2 > n_1$.

Or la longueur d'onde λ se calcule à l'aide de la vitesse de propagation de la lumière dans le milieu et de la fréquence ν : $\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{c}{n\nu}$.

Donc si $n_2 > n_1$, $\lambda_2 < \lambda_1$. Cela ne peut pas être le profil $b)$

Il s'agit de la réponse $a)$.

Dans le profil c, il n'y a pas de modification de la longueur d'onde, ce qui est incorrect, car il y a une déviation du rayon lumineux.

Exercice 26 : Association de filtres

Si on applique un seul filtre, on multiplie le spectre de la lumière blanche, qui à un spectre blanc, c'est-à-dire constant pour toutes les longueurs d'ondes, par $T(\lambda)$. Si l'on en place 10, on multiplie le profil par $(T(\lambda))^{10}$.

Si le vert domine à la fin, cela signifie qu'il est mieux transmis, donc il domine dans le profil de transmission initial.

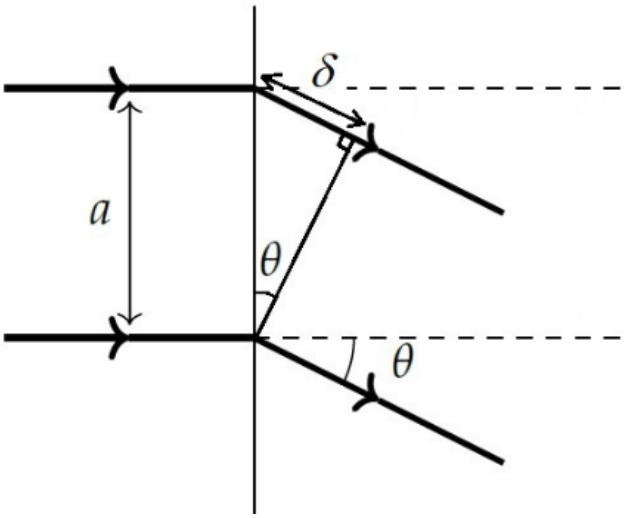
Si le rouge apparaît lorsqu'on ne place qu'un filtre, cela signifie que la bande passante du rouge est assez large, mais la transmission est inférieure au vert.

Il s'agit donc du profil a).

Exercice 27 : Autour des plumes d'oiseaux

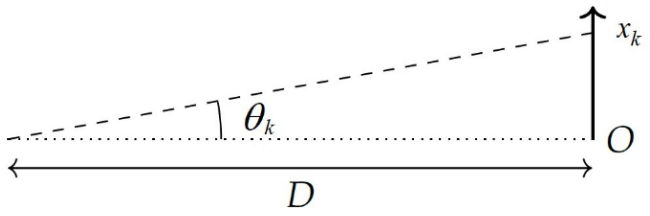
1 Etude des barbes d'une plume

1. On observe que le temps de parcours n'est pas le même pour tous les rayons.

2. 

donc $\delta = a\sin(\theta)$.

3. Il y a des interférences destructives pour $\delta = (2k+1)\frac{}{2}$. D'où $a\sin(\theta_k) = \left(k+\frac{1}{2}\right)\lambda$ et $\theta_k = \arcsin\left(\frac{\lambda}{a}\left(k+\frac{1}{2}\right)\right)$

4. 

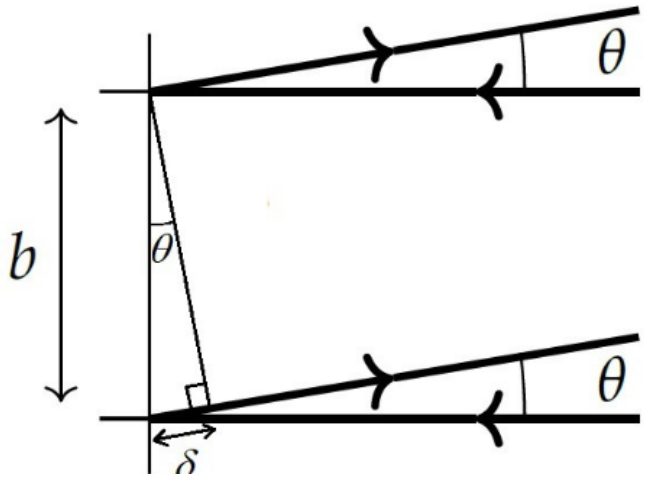
donc $\tan(\theta_k) = \frac{x_k}{D}$.

5. Pour θ_k petit, $\sin(\theta_k) \approx \theta_k$, donc la relation de la question 3 devient $\theta_k \approx \frac{\lambda}{a}\left(k+\frac{1}{2}\right)$.
et $\tan(\theta_k) \approx \theta_k$, donc la relation de la question 4 devient $\theta_k \approx \frac{x_k}{D}$ On obtient donc

$$x_k = \frac{\lambda D}{a}\left(k+\frac{1}{2}\right)$$

Ecart entre deux traits sombres : $\Delta x_k = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda D}{a}$
On mesure sur la figure 6 $\Delta x_k = 1{,}2$ cm donc $\Delta x_k = 0{,}2$ cm. On obtient donc $a = \frac{\lambda D}{\Delta x_k} = 3{,}2 \times 10^{-4}$ m.

2 Couleurs structurales



6 Dans le triangle rectangle, on a $\sin(\theta) = \dfrac{\text{opposé}}{\text{hypothénuse}} = \frac{\delta}{b}$ donc $\delta = b\sin(\theta)$

7 Il y a des interférences constructives pour $\delta = k\lambda$. D'où $b\sin(\theta_k) = k\lambda$ et donc $\theta_k = \arcsin\left(\frac{\lambda k}{b}\right)$

8 $400\ \text{nm} \geq \lambda \geq 800\ \text{nm}$

9 On observe les rayons réfléchis dans une direction θ. Les interférences sont constructives s'il existe un entier k tel que $k = \frac{b\sin(\theta)}{\lambda}$ avec λ dans le visible.

$400\ \text{nm} \leq \lambda \leq 800\ \text{nm}$ donc $\frac{b\sin(\theta)}{\lambda_{\text{max}}} \leq k \leq \frac{b\sin(\theta)}{\lambda_{\text{min}}}$ On obtient donc $k_{\text{min}} \leq k \leq k_{\text{max}}$, avec $k_{\text{min}} = \lceil \frac{b\sin(\theta)}{\lambda_{\text{max}}} \rceil = \lfloor \frac{b\sin(\theta)}{\lambda_{\text{max}}} \rfloor + 1$ et $k_{\text{min}} = \lfloor \frac{b\sin(\theta)}{\lambda_{\text{min}}} \rfloor$

10 Applications numériques

θ [°]	k_{min}	k_{max}	θ [°]	k_{min}	k_{max}
90	13	25	90	2	2
60	11	21	60	2	2
45	9	17	45	1	1
30	7	12	30	1	1

Plume 1 à gauche et Plume 2 à droite

1. Pour chaque angle θ, plusieurs dizaines d'ordres se superposent, correspondant à autant de couleurs différentes. Il est alors impossible d'observer des irisations sur cette plume.

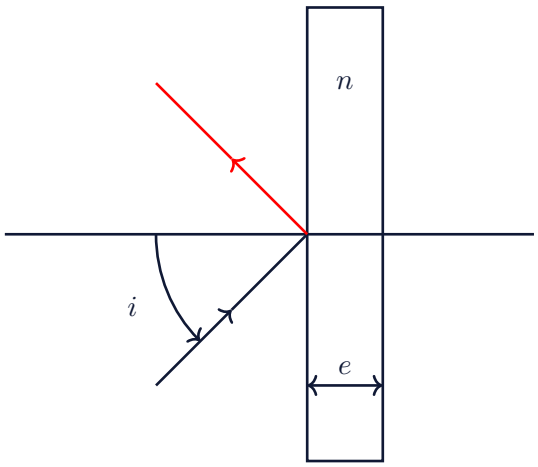
12 Applications numériques avec $\lambda = \frac{b\sin(\theta)}{k}$

θ [°]	k	λ [nm]
90		
60		
45		
30		

13 Ordre des couleurs observées, de $90°$ à $30°$: cyan, violet, , puis de nouveau cyan.

Exercice 28 : Incidence sur une lame d'indice n

1. On propose le schéma suivant :



On considère le rayon transmis sans réflexion, et celui transmis avec deux réflexions. La différence de marche se calcule en considérant les plans d'onde, orthogonaux aux rayons lumineux par le théorème de Malus-Dupin.

$$\delta = 2ne\cos(t) + \frac{\lambda}{2}$$

2. $$\delta = 2ne\sqrt{1 - \frac{\sin^2(i)}{n^2}} + \frac{\lambda}{2}$$

3. On a interférence constructive si $\delta = m\lambda, m \in \mathbb{Z}$.

Exercice 29 : Diamètre d'un cheveu

$$\delta = 2e(x) + \frac{\lambda}{2}$$

avec $e(x) = \frac{d}{\ell}x$

$$e = (2k-1)\frac{\lambda}{4}$$

$d \approx N\frac{\lambda}{2} = 73 \times \frac{546\times10^{-9}}{2} = 2\times10^{-5}\ \mathrm{m} = 20\ \mu\mathrm{m}$